

# モノラル音響信号に対する 音源分離のための 独立低ランクテンソル分析

吉井 和佳<sup>1,2</sup> 北村 昂一<sup>1</sup> 坂東 宜昭<sup>1,3</sup>  
中村 栄太<sup>1</sup> 河原 達也<sup>1</sup>

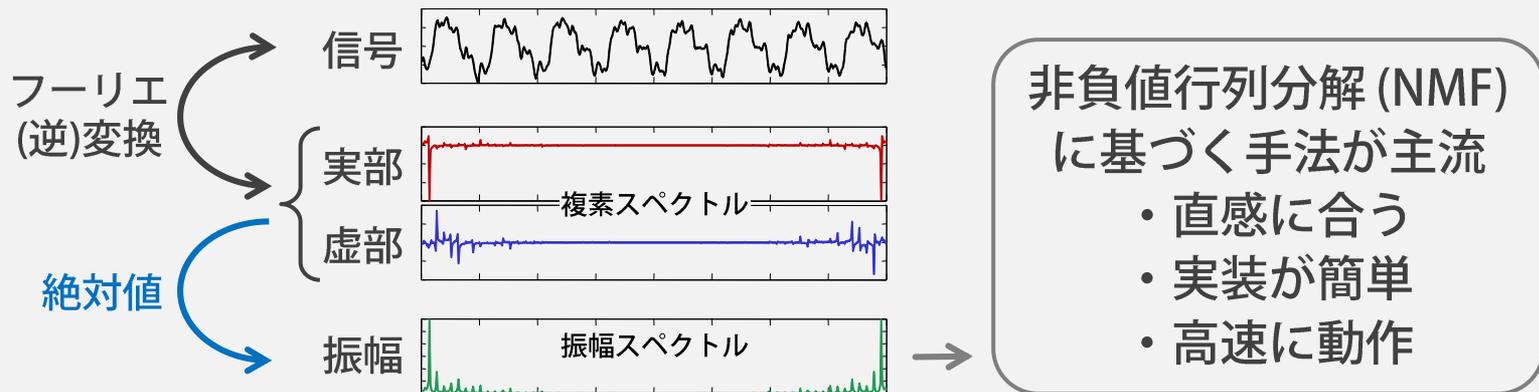
<sup>1</sup> 京都大学 大学院情報学研究科 知能情報学専攻

<sup>2</sup> 理化学研究所 革新知能統合研究センター

<sup>3</sup> 産業技術総合研究所 知能システム研究部門

# 研究の背景

- モノラル音響信号の音源分離技術は音楽解析の基礎
  - 自動採譜 (ピアノ・ギター・ドラムなど)
  - 歌声・伴奏音分離
- 時間周波数領域で位相情報を無視するのが一般的
  - 振幅スペクトルに着目すると音の特徴がとらえやすい
  - 低ランク性・スパース性などを手がかりとした分離が可能

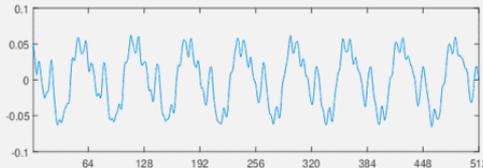


# 基本的な性質

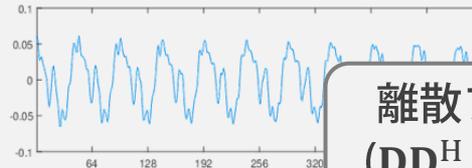
- 時間信号の加法性  $\Leftrightarrow$  周波数スペクトルの加法性が成立
  - 線形変換可能な**任意の領域**で加法性が成立 (例: DFT, DCTなど)

時間領域

$$z_1 + z_2 = s$$



+



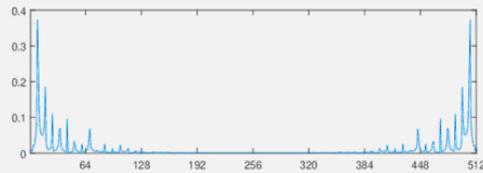
離散フーリエ変換行列  $D \in \mathbb{C}^{F \times F}$   
( $DD^H = I_F$ を満たすユニタリ行列)



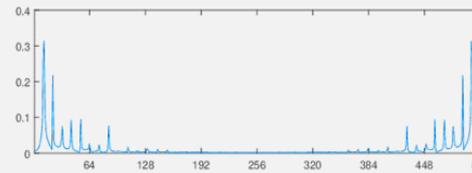
周波数領域

$$Dz_1 + Dz_2 = Ds$$

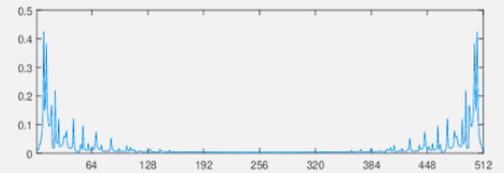
振幅



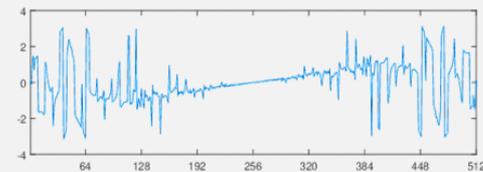
+



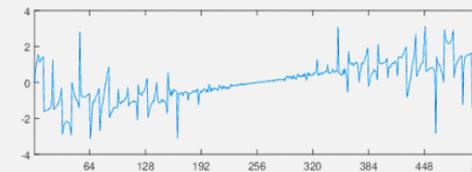
=



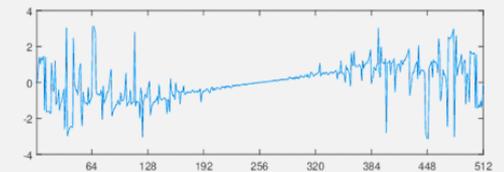
位相



+



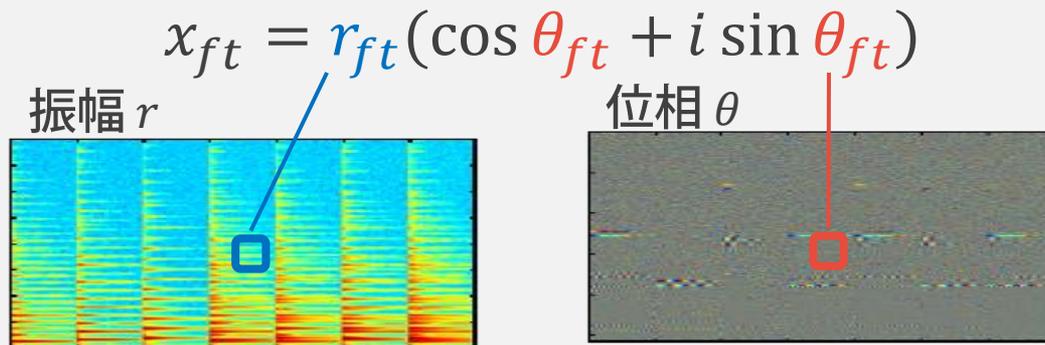
=



# 関連研究

- 複素スペクトルの加法性に基づく低ランク分解法

- 複素NMF [Kameoka+ 2009] • High Resolution NMF [Badeau+ 2011]
- 加法性 & 整合性に着目した手法が発展



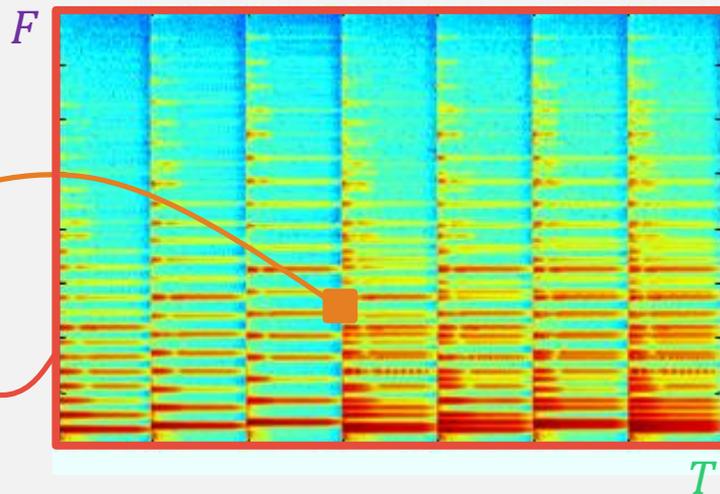
振幅や位相はビンごとに独立に定められない  
→ 複素スペクトログラム  
全体の共分散構造が重要

	周波数共分散	時間共分散
半正定値テンソル分解 (PSDTF) [Yoshii+ 2013]	✓	
相関テンソル分解 (CTF) [Yoshii+ 2017, 2018]	✓	✓

# 相関テンソル分解 (CTF)

- すべての時間周波数ビン間の共分散を考慮した分解法
  - 周波数軸上の共分散行列と時間軸上の共分散行列に分解
    - 行列のサイズは  $\mathbb{C}^{F \times F}$  と  $\mathbb{C}^{T \times T}$
    - ガウス過程のカーネルとして解釈 → 確率モデルの最尤推定
  - 時間時間領域で、等価な分解が存在
    - 線形変換可能な任意の領域で、等価な分解が存在

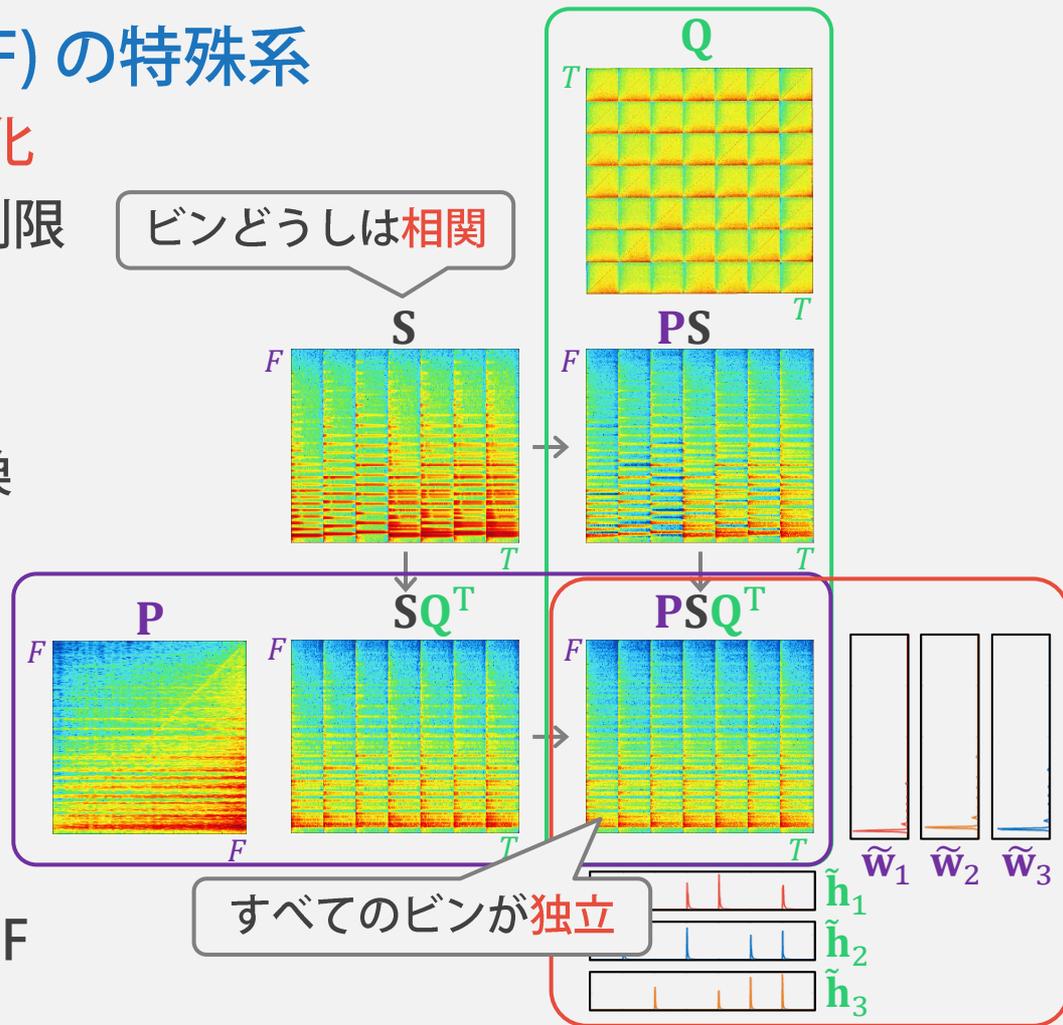
	パラメータ数	時間計算量
NMF (すべてのビンは独立)	$\mathcal{O}(K(F + T))$	$\mathcal{O}(KFT)$
CTF (すべてのビンの共分散)	$\mathcal{O}(K(F^2 + T^2))$	$\mathcal{O}(KF^3T^3)$



# 提案法：独立低ランクテンソル分析 (ILRTA)

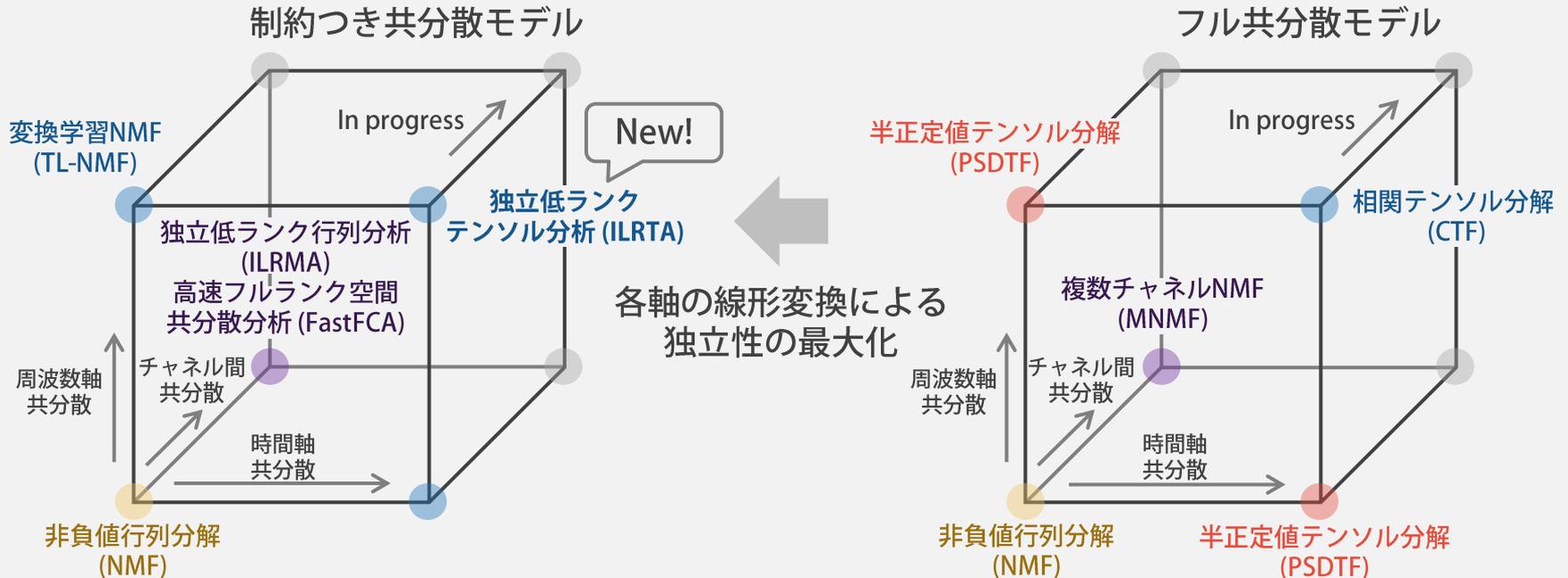
## • 相関テンソル分解 (CTF) の特殊系

- 共分散行列の同時対角化
  - モデルの自由度を制限
  - 正則化の効果
- マルチウェイ領域変換
  - 周波数軸を線形変換
  - 時間軸を線形変換
  - 変換後の領域では全ビンが独立
- 高速実行
  - 変換元領域のCTF = 変換先領域のNMF



# 本研究の貢献

- 共分散構造低ランク分解の統一理論
  - 周波数軸・時間軸・チャンネル軸の共分散モデリング
    - 対角行列に限定：もとの領域で独立性が成立
    - 同時対角化：線形変換後の領域で独立性が成立



# 目次

---

- 従来法：相関テンソル分解 (CTF)
  - 定式化
    - 対角共分散行列 (NMF) → フル共分散行列 (PSDTF & CTF)
  - 学習と推論
    - MMアルゴリズムに基づく尤度関数の最大化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離
- 提案法：独立低ランクテンソル分析 (ILRTA)
  - 定式化
    - 同時対角化可能な共分散行列
  - 学習と推論
    - 変換行列と低ランク分解の同時最適化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離

# 目次

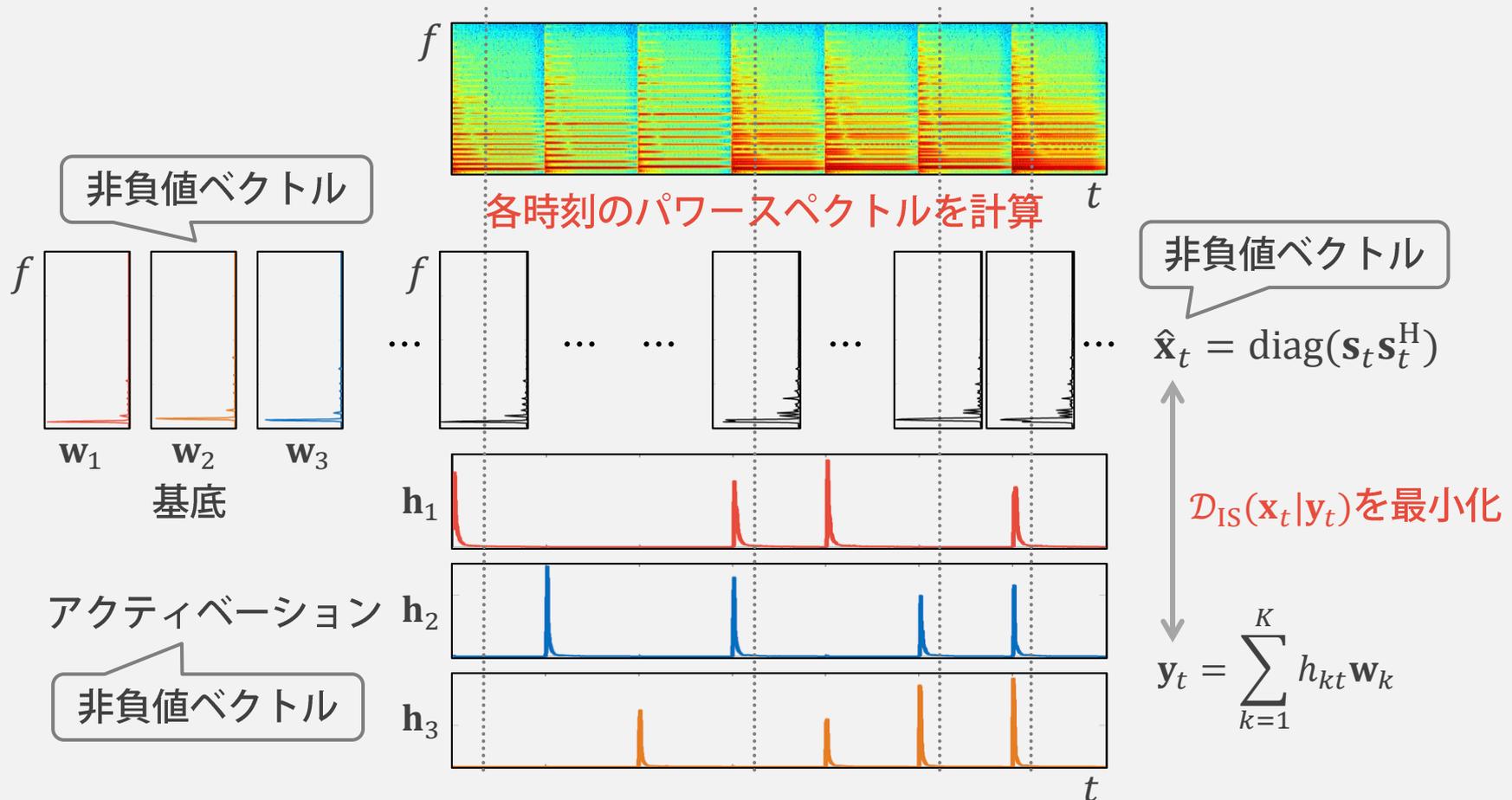
---

- 従来法：相関テンソル分解 (CTF)
  - 定式化
    - 対角共分散行列 (NMF) → フル共分散行列 (PSDTF & CTF)
  - 学習と推論
    - MMアルゴリズムに基づく尤度関数の最大化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離
- 提案法：独立低ランクテンソル分析 (ILRTA)
  - 定式化
    - 同時対角化可能な共分散行列
  - 学習と推論
    - 変換行列と低ランク分解の同時最適化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離

# 非負値行列分解 (NMF)

[Févotte 2009]

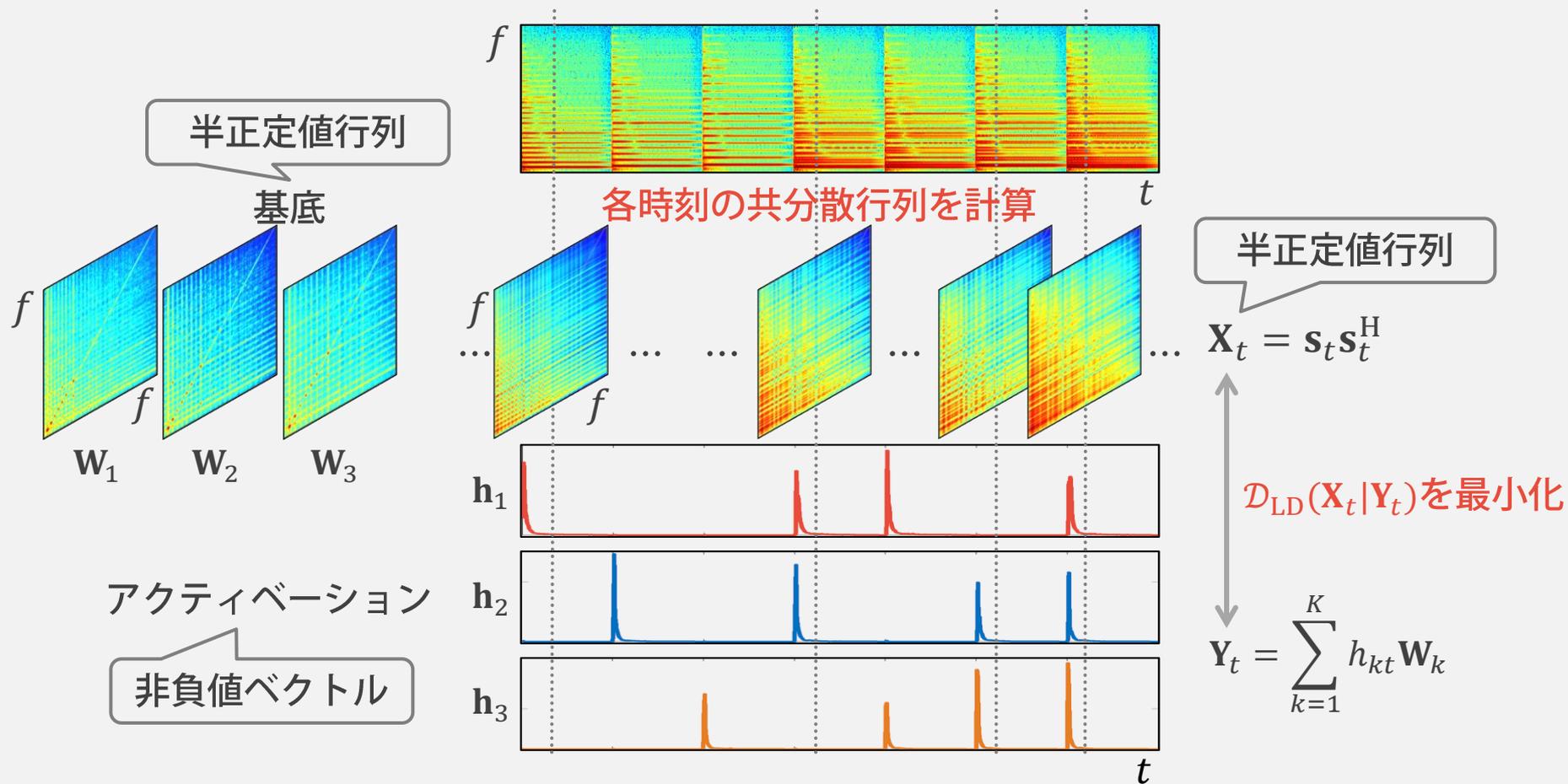
- 非負値ベクトルを少数の非負値ベクトルの線形和で近似



# 半正定値テンソル分解 (PSDTF)

[Yoshii+ 2013]

- 半正定値行列を少数の半正定値行列の線形和で近似



# NMF vs PSDTF

- PSDTFはNMFの数学的に自然な拡張

- ベクトルの非負値性 → 行列の半正定値性

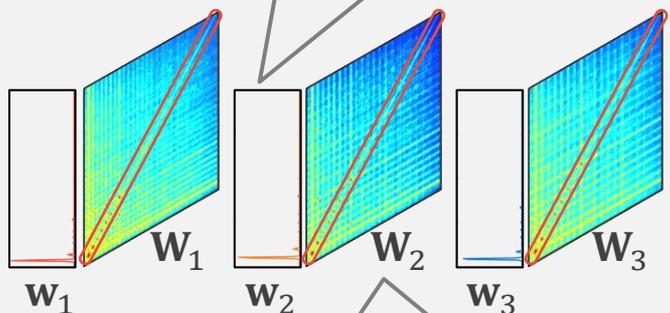
対角成分は常に非負

- NMF = 半正定値行列を対角行列に限定したPSDTF

共分散を無視

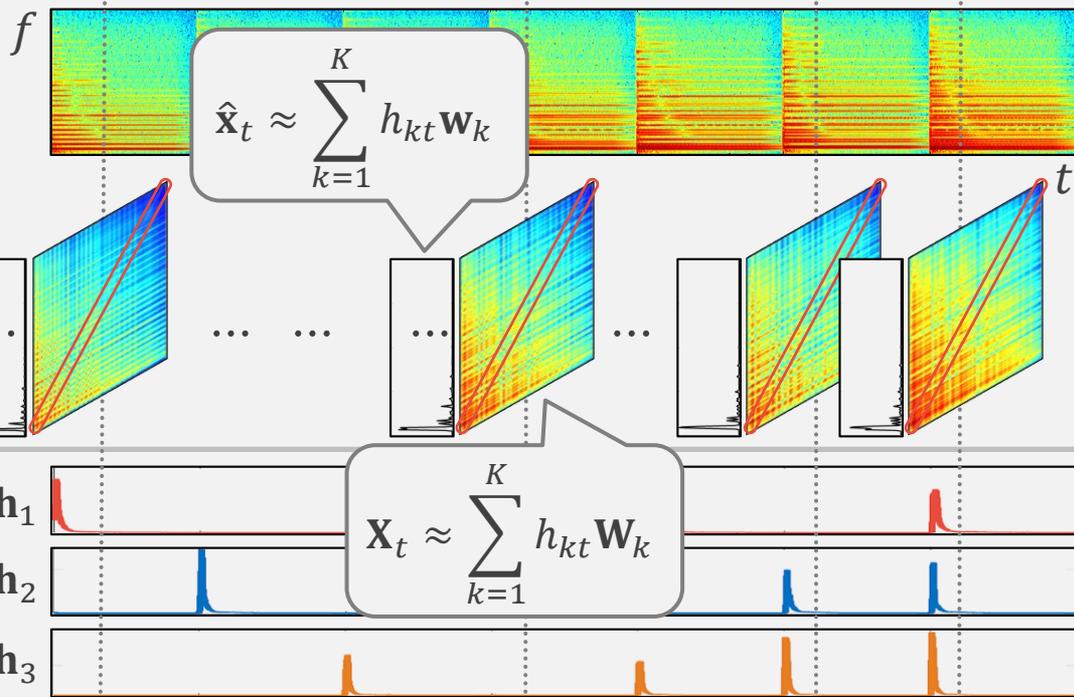
基底

非負値ベクトル



半正定値行列

アクティベーション

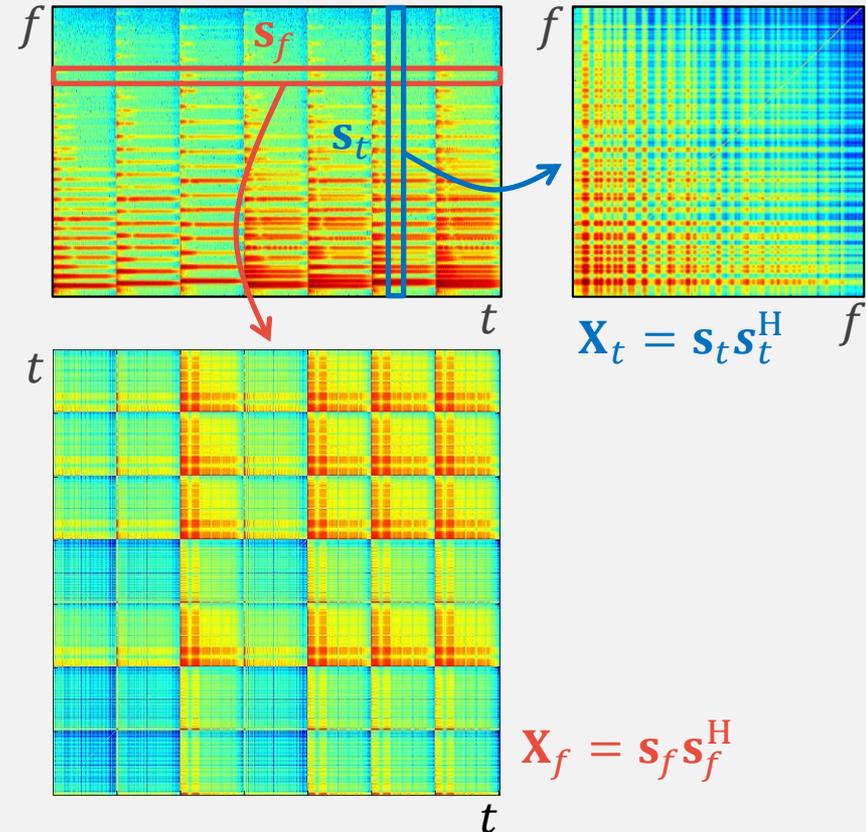


# PSDTFの特徴

- 周波数共分散 or 時間共分散のいずれか一方を考慮可能
  - 複素スペクトログラムは転置して解析可能

	周波数 共分散	時間 共分散
PSDTF-F	✓	
PSDTF-T		✓

実際には「PSDTF-F」が扱いやすい  
(オリジナルのPSDTF)

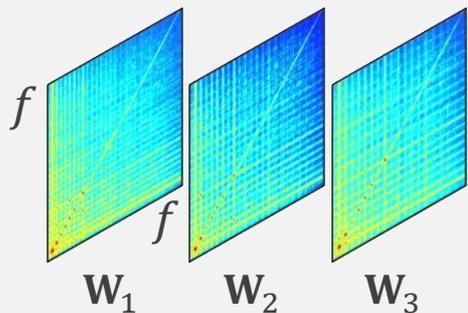


# 周波数共分散に基づく PSDTF-F

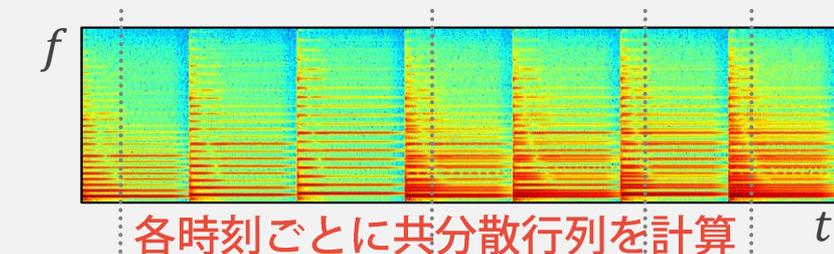
- 半正定値行列を少数の半正定値行列の線形和で近似

半正定値行列

基底

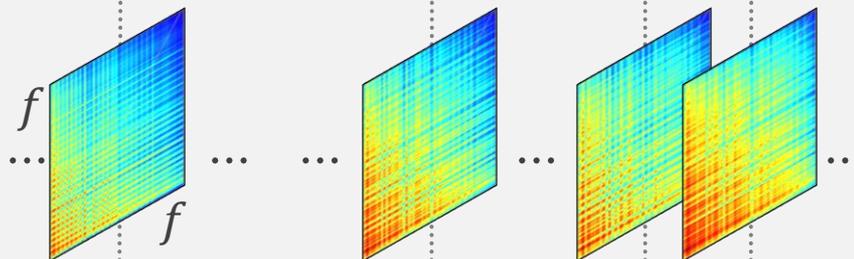


アクティベーション



時間軸上の共分散は無視されてしまう...

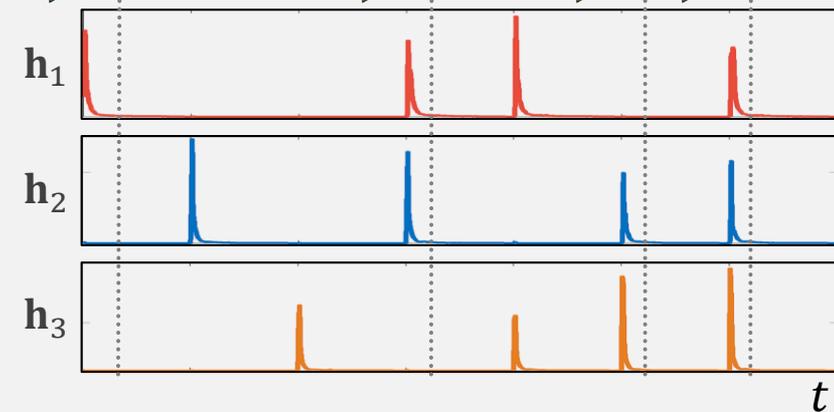
半正定値行列



$$\mathbf{X}_t = \mathbf{x}_t \mathbf{x}_t^H$$

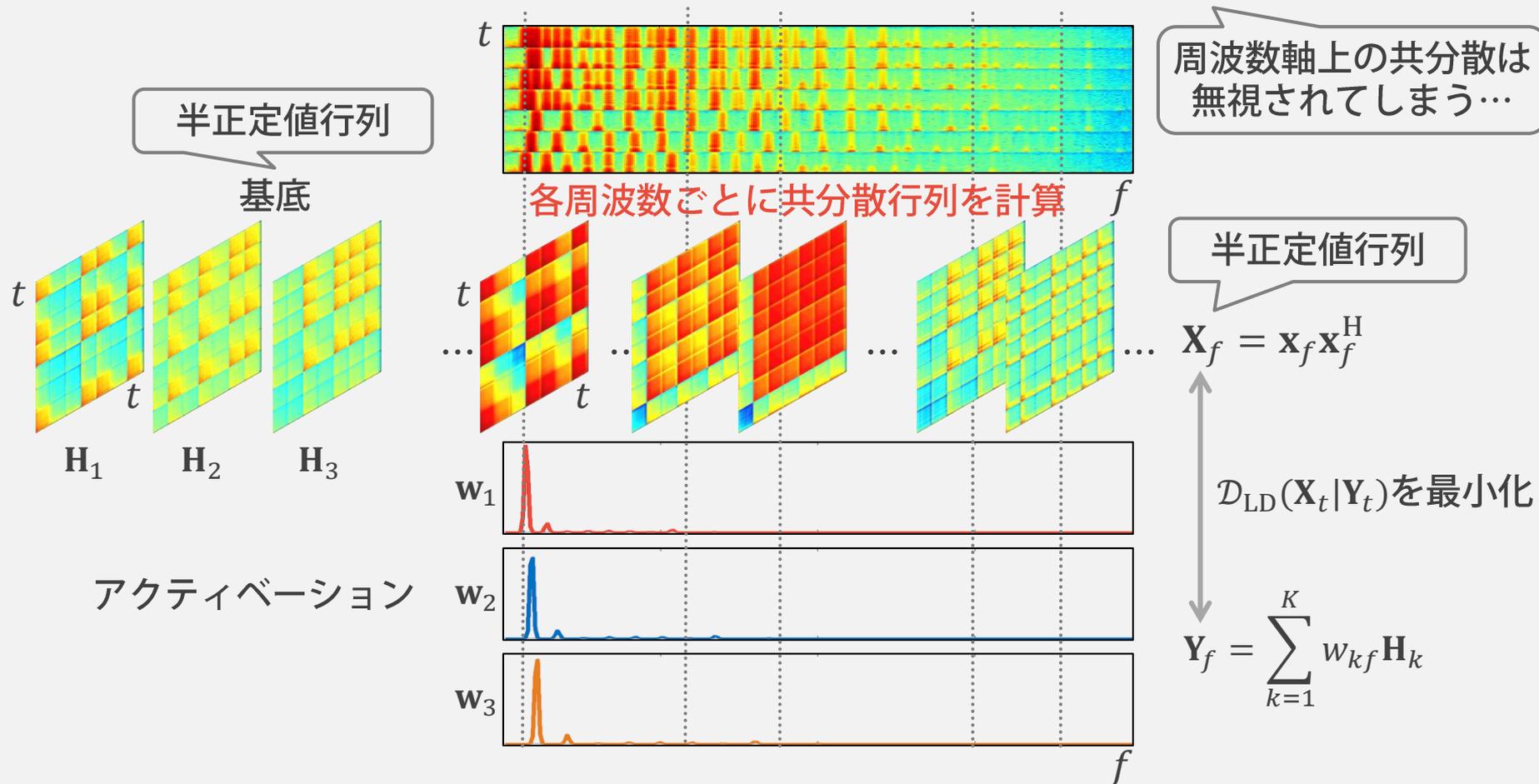
$\mathcal{D}_{LD}(\mathbf{X}_t | \mathbf{Y}_t)$  を最小化

$$\mathbf{Y}_t = \sum_{k=1}^K h_{kt} \mathbf{W}_k$$



# 時間共分散に基づく PSDTF-T

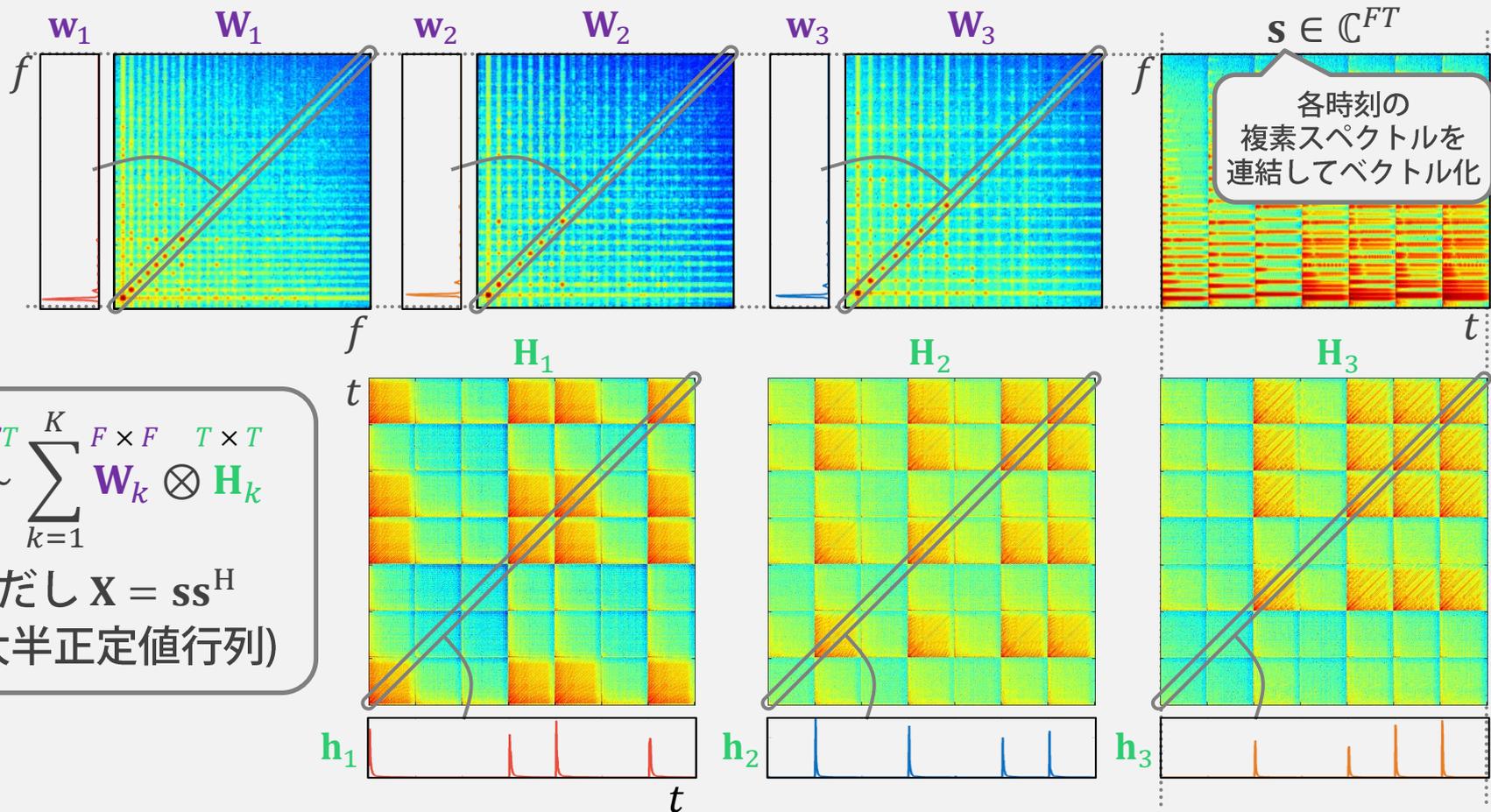
- 半正定値行列を少数の半正定値行列の線形和で近似



# 相関テンソル分解 (CTF)

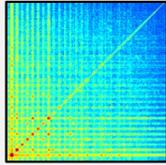
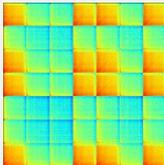
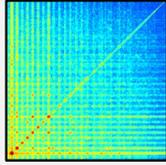
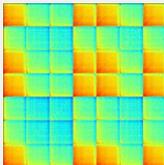
[Yoshii+ 2017,2018]

- 時間周波数共分散を考慮した究極の分解法



# 確率的解釈

- 多変量複素ガウス分布の最尤推定

	周波数 共分散	時間 共分散	確率モデル	周波数 基底	時間 基底
NMF			$s_{ft} \sim \mathcal{N}_c \left( 0, \sum_{k=1}^K w_{kf} h_{kt} \right)$ スカラ	 $W_k$	 $h_k$
PSDTF-F	✓		$s_t \sim \mathcal{N}_c \left( 0, \sum_{k=1}^K W_k h_{kt} \right)$ F次元ベクトル	 $W_k$	 $h_k$
PSDTF-T		✓	$s_f \sim \mathcal{N}_c \left( 0, \sum_{k=1}^K w_{kf} H_k \right)$ T次元ベクトル	 $W_k$	 $H_k$
CTF	✓	✓	$s \sim \mathcal{N}_c \left( 0, \sum_{k=1}^K W_k \otimes H_k \right)$ FT次元ベクトル	 $W_k$	 $H_k$

# 目次

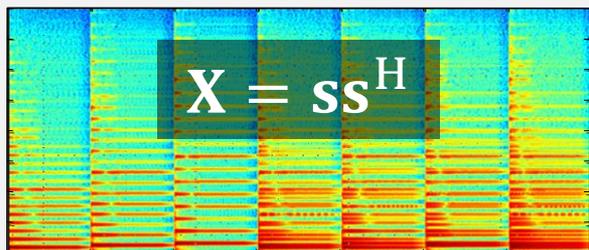
---

- 従来法：相関テンソル分解 (CTF)
  - 定式化
    - 対角共分散行列 (NMF) → フル共分散行列 (PSDTF & CTF)
  - 学習と推論
    - MMアルゴリズムに基づく尤度関数の最大化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離
- 提案法：独立低ランクテンソル分析 (ILRTA)
  - 定式化
    - 同時対角化可能な共分散行列
  - 学習と推論
    - 変換行列と低ランク分解の同時最適化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離

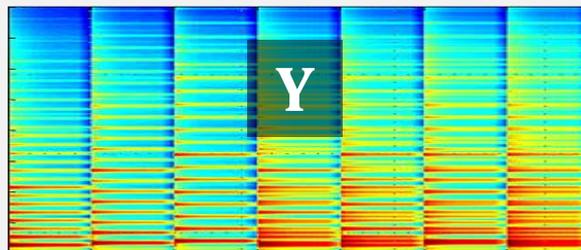
# LogDet CTF (LD-CTF)

- LogDetダイバージェンスをコスト関数にもつCTF
  - 周波数-時間平面上の巨大な共分散行列を、  
周波数基底行列と時間基底行列とのクロネッカー積の和で近似

観測値  $\mathbf{X}$  (半正定値行列)

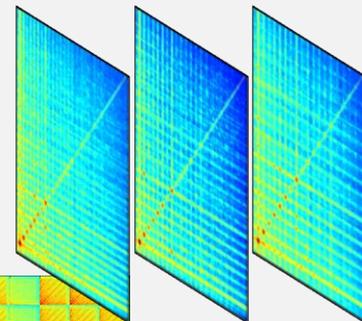


近似値  $\mathbf{Y}$  (半正定値行列)



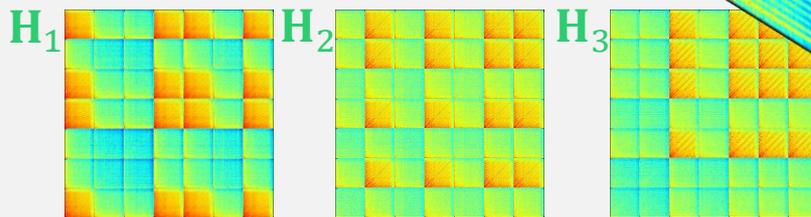
$\approx$

$\mathbf{W}_1$   $\mathbf{W}_2$   $\mathbf{W}_3$



$$\mathbf{X} \approx \mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{W}_k \otimes \mathbf{H}_k$$

*FT* × *FT*      *F* × *F*      *T* × *T*

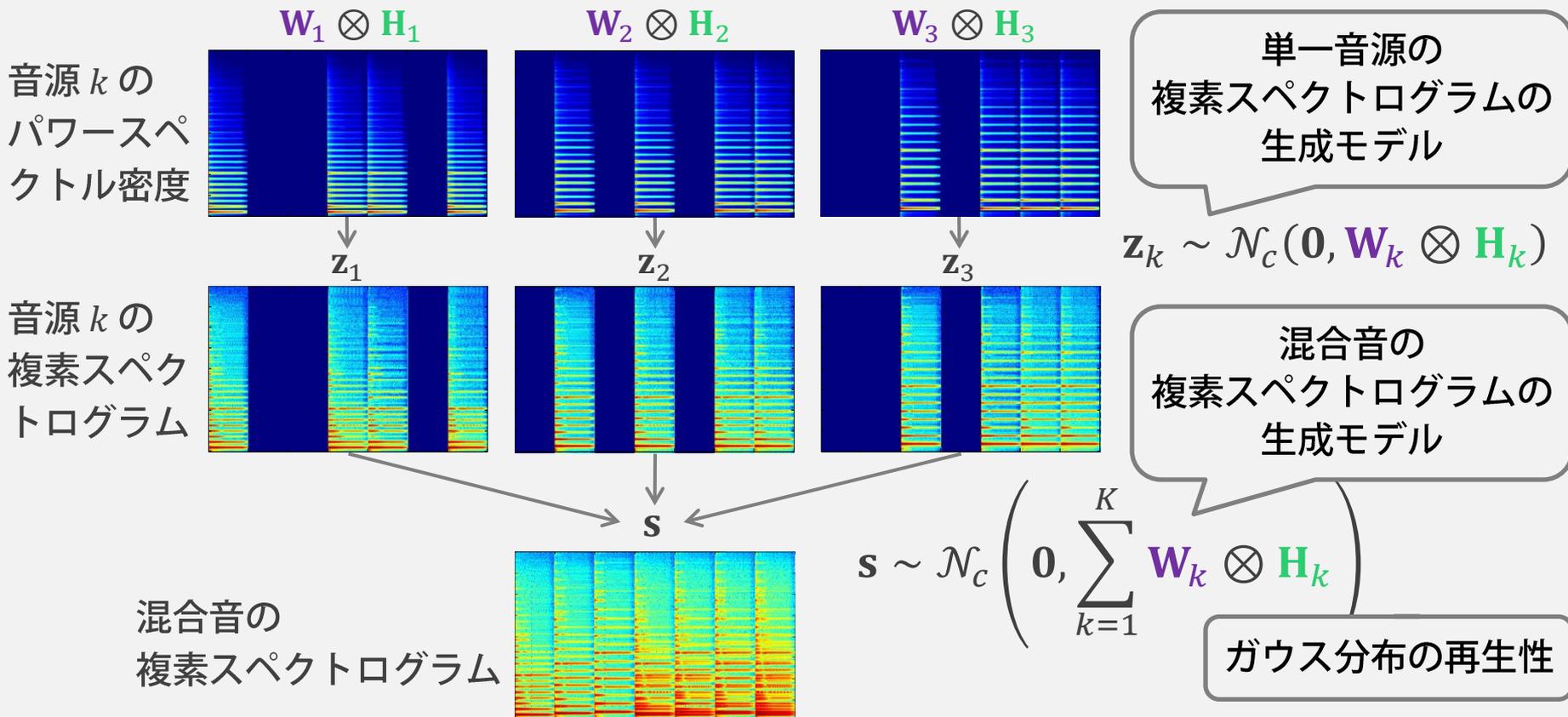


$$\mathcal{D}_{\text{LD}}(\mathbf{X}|\mathbf{Y}) = -\log|\mathbf{X}\mathbf{Y}^{-1}| + \text{tr}(\mathbf{X}\mathbf{Y}^{-1}) - FT$$

# LD-CTFの確率モデル

- 多変量複素ガウス分布を尤度関数にもつCTF

- 多変量複素ガウス尤度の最大化 = LDダイバージェンスの最小化



# パラメータ推定と音源分離

- Majorization-Minimizationアルゴリズムによる最適化

$$\mathbf{A}_k = (\mathbf{I}_{F \times F} \otimes \mathbf{1}_{1 \times T}) \left( (\mathbf{I}_{F \times F} \otimes \mathbf{H}_k^T) \odot \mathbf{Y}^{-1} \right) (\mathbf{I}_{F \times F} \otimes \mathbf{1}_{T \times 1})$$

$$\mathbf{B}_k = (\mathbf{I}_{F \times F} \otimes \mathbf{1}_{1 \times T}) \left( (\mathbf{I}_{F \times F} \otimes \mathbf{H}_k^T) \odot \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{X} \mathbf{Y}^{-1} \right) (\mathbf{I}_{F \times F} \otimes \mathbf{1}_{T \times 1})$$

$$\mathbf{W}_k \leftarrow \mathbf{A}_k^{-1} \circ \mathbf{W}_k \mathbf{B}_k \mathbf{W}_k$$

半正定値行列どうしの幾何平均

反復

$$\mathbf{C}_k = (\mathbf{1}_{1 \times F} \otimes \mathbf{I}_{T \times T}) \left( (\mathbf{W}_k^T \otimes \mathbf{I}_{T \times T}) \odot \mathbf{Y}^{-1} \right) (\mathbf{1}_{F \times 1} \otimes \mathbf{I}_{T \times T})$$

$$\mathbf{D}_k = (\mathbf{1}_{1 \times F} \otimes \mathbf{I}_{T \times T}) \left( (\mathbf{W}_k^T \otimes \mathbf{I}_{T \times T}) \odot \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{X} \mathbf{Y}^{-1} \right) (\mathbf{1}_{F \times 1} \otimes \mathbf{I}_{T \times T})$$

$$\mathbf{H}_k \leftarrow \mathbf{C}_k^{-1} \circ \mathbf{H}_k \mathbf{D}_k \mathbf{H}_k$$

どのステップも  
計算量は $O(KF^3T^3)$

- ウィナーフィルタによる音源分離

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{W}_k \otimes \mathbf{H}_k \quad \mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{Y}_k \quad \mathbf{z}_k | \mathbf{s} \sim N_c(\mathbf{Y}_k \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{s}, \mathbf{Y}_k - \mathbf{Y}_k \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{Y}_k)$$

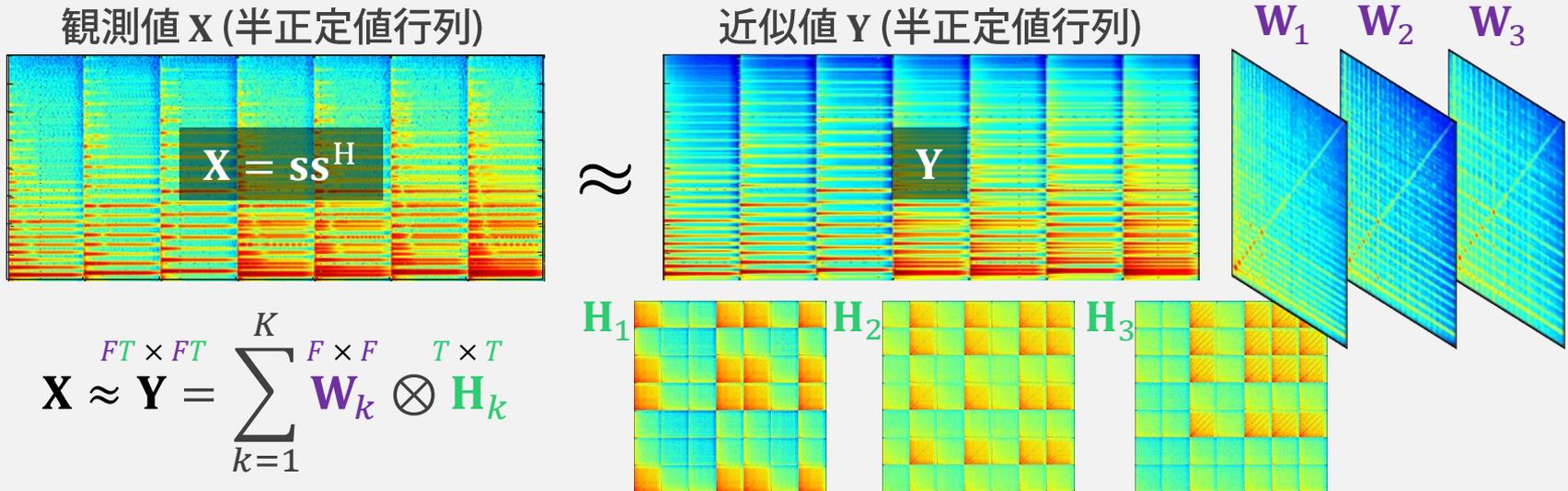
# 目次

---

- 従来法：相関テンソル分解 (CTF)
  - 定式化
    - 対角共分散行列 (NMF) → フル共分散行列 (PSDTF & CTF)
  - 学習と推論
    - MMアルゴリズムに基づく尤度関数の最大化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離
- 提案法：独立低ランクテンソル分析 (ILRTA)
  - 定式化
    - 同時対角化可能な共分散行列
  - 学習と推論
    - 変換行列と低ランク分解の同時最適化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離

# アプローチ

- 共分散行列  $\mathbf{W}, \mathbf{H}$  を同時対角化可能なものに制約
  - 周波数共分散行列群:  $\mathbf{W}_k = \mathbf{P}^{-1}[\tilde{\mathbf{w}}_k]\mathbf{P}^{-H} \in \mathbb{C}^{F \times F}$
  - 時間共分散行列群:  $\mathbf{H}_k = \mathbf{Q}^{-1}[\tilde{\mathbf{h}}_k]\mathbf{Q}^{-H} \in \mathbb{C}^{T \times T}$ 
    - $\tilde{\mathbf{w}}_k \in \mathbb{R}_+^F$   $\tilde{\mathbf{h}}_k \in \mathbb{R}_+^T$  は非負値ベクトル
    - $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{F \times F}$   $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{T \times T}$  が単位行列だと NMF や PSDTF に帰着



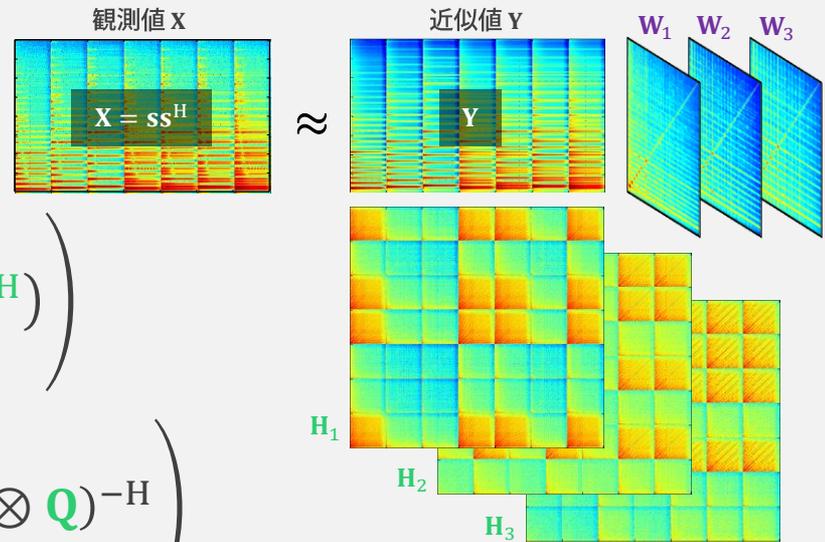
# ILRTAの確率モデル

- 多変量複素ガウス分布に基づく尤度関数

$$\mathbf{X} \approx \mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{W}_k \otimes \mathbf{H}_k$$

$FT$  次元  $\mathbf{s} \sim \mathcal{N}_c \left( \mathbf{0}, \sum_{k=1}^K \mathbf{W}_k \otimes \mathbf{H}_k \right)$

複素スペクトログラムの全ての時間周波数ビンを並べたもの:  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{FT}$



$$= \mathcal{N}_c \left( \mathbf{0}, \sum_{k=1}^K (\mathbf{P}^{-1} [\tilde{\mathbf{w}}_k] \mathbf{P}^{-H}) \otimes (\mathbf{Q}^{-1} [\tilde{\mathbf{h}}_k] \mathbf{Q}^{-H}) \right)$$

$$= \mathcal{N}_c \left( \mathbf{0}, (\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})^{-1} \left( \sum_{k=1}^K [\tilde{\mathbf{w}}_k] \otimes [\tilde{\mathbf{h}}_k] \right) (\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})^{-H} \right)$$

↓

$$(\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})\mathbf{s} = \mathcal{N}_c \left( \mathbf{0}, \underbrace{\sum_{k=1}^K [\tilde{\mathbf{w}}_k] \otimes [\tilde{\mathbf{h}}_k]}_{\text{対角行列}} \right)$$

$\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ で線形変換した領域では  
**パワースペクトログラム**に着目  
 (位相は無視してOK)

# マルチウェイ領域変換

- 入力データ (行列 or テンソル) の各軸を線形変換
  - 独立性と低ランク性が成立する領域へ線形変換
    - $P \in \mathbb{C}^{F \times F}$  による周波数軸の線形変換
    - $Q \in \mathbb{C}^{T \times T}$  による時間軸の線形変換

独立性

$$(P \otimes Q)s = \mathcal{N}_c \left( \mathbf{0}, \sum_{k=1}^K \overbrace{[\tilde{w}_k] \otimes [\tilde{h}_k]}^{\text{対角行列}} \right)_{\text{クロネッカー積}}$$

線形変換

複素スペクトログラム (行列)

$$S \longrightarrow PSQ^T$$

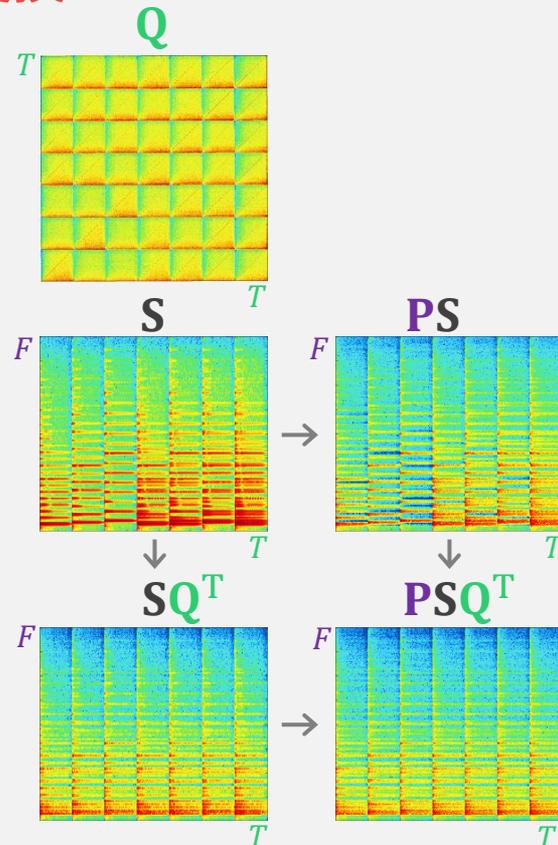
全要素を並べた複素ベクトル

$$s \longrightarrow (P \otimes Q)s$$

低ランク性

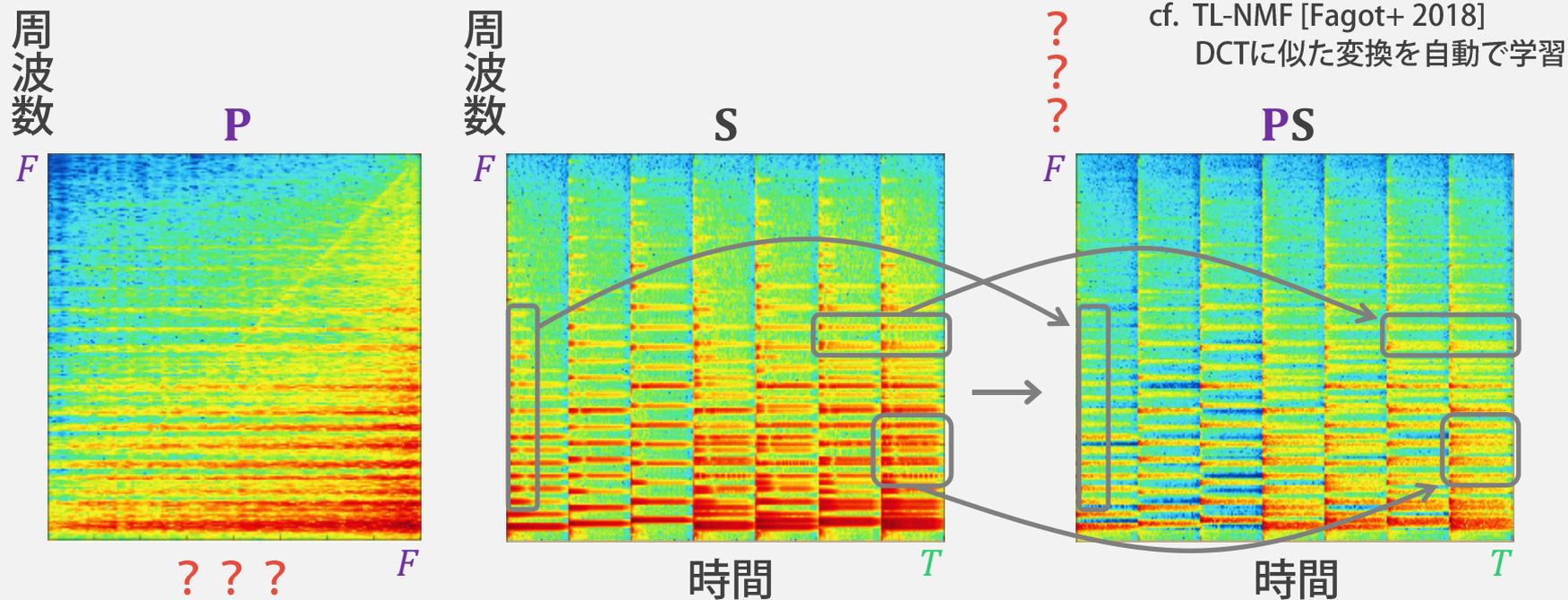
$\tilde{w}_k$  と  $\tilde{h}_k$  の最尤推定

↓  
 $PSQ^T$  に対して IS-NMF



# 周波数軸の線形変換

- 低ランク性の向上 = スペクトルの時不変性が向上
  - 各周波数ビンにおけるスペクトログラムの振幅変調が減少
  - 時間周波数領域より、時間 ??? 領域の方がNMFに都合がよい
  - 離散フーリエ変換 (DFT) より適した変換が存在 (データ依存)



# 目次

---

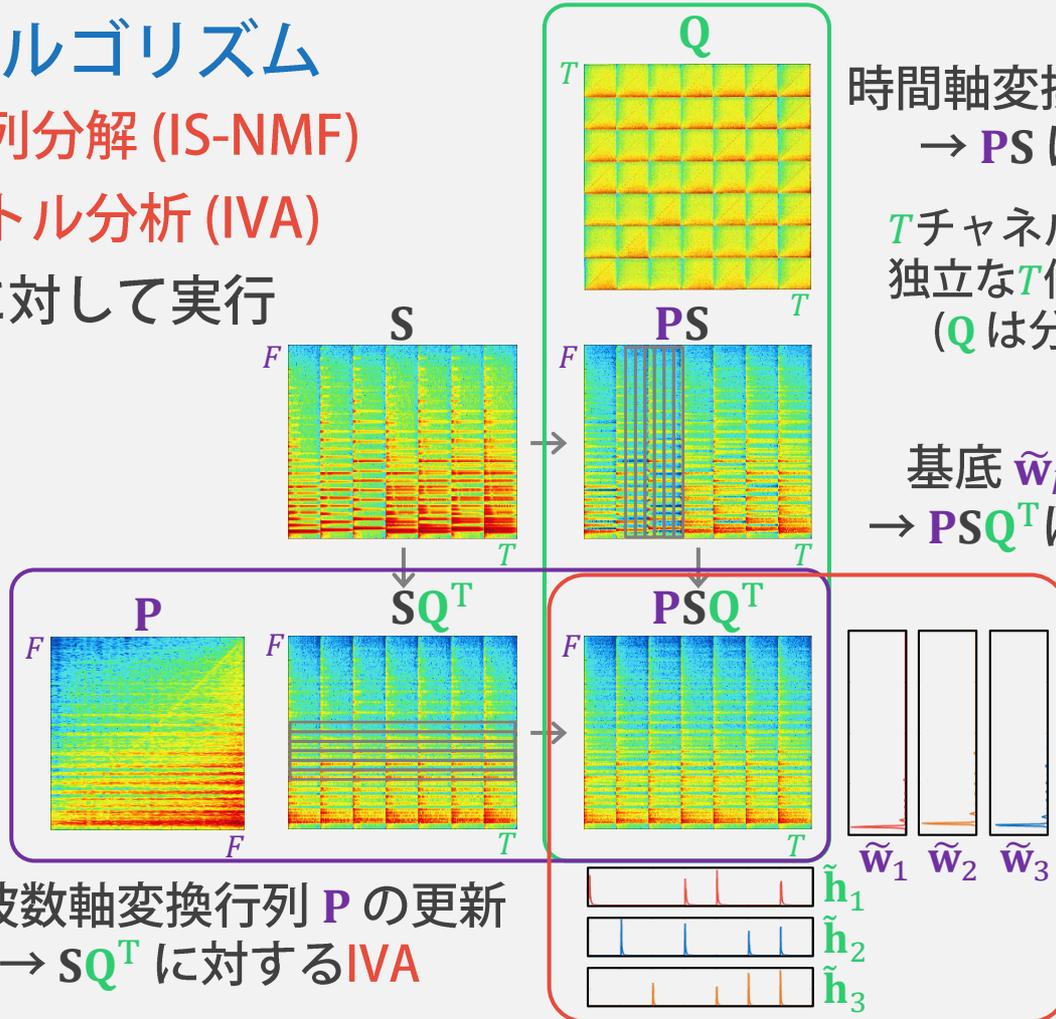
- 従来法：相関テンソル分解 (CTF)
  - 定式化
    - 対角共分散行列 (NMF) → フル共分散行列 (PSDTF & CTF)
  - 学習と推論
    - MMアルゴリズムに基づく尤度関数の最大化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離
- 提案法：独立低ランクテンソル分析 (ILRTA)
  - 定式化
    - 同時対角化可能な共分散行列
  - 学習と推論
    - 変換行列と低ランク分解の同時最適化
    - ウィナーフィルタに基づく音源分離

# パラメータ推定

- 反復更新アルゴリズム
  - 非負値行列分解 (IS-NMF)
  - 独立ベクトル分析 (IVA)
    - 各軸に対して実行

$F$ チャンネル信号に対して  
独立な $F$ 個の信号を推定  
( $P$ は分離フィルタ)

周波数軸変換行列  $P$  の更新  
→  $SQ^T$  に対する IVA



# パラメータ推定

- LogDetダイバージェンスを最小化

- 変換後の領域での変数を定義

$$\tilde{x}_{ft} = \mathbf{p}_f^H (\mathbf{S} \mathbf{q}_t^C \mathbf{q}_t^T \mathbf{S}^H) \mathbf{p}_f = \mathbf{q}_t^H (\mathbf{S}^T \mathbf{p}_f^C \mathbf{p}_f^T \mathbf{S}^C) \mathbf{q}_t \quad \tilde{y}_{ft} = \sum_{k=1}^K \tilde{w}_{kf} \tilde{h}_{kt}$$

- 3ステップを反復

$$\mathcal{D}_{LD}(\mathbf{X}|\mathbf{Y}) \stackrel{c}{=} -T \log |\mathbf{P}\mathbf{P}^H| - F \log |\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H| + \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T (\tilde{x}_{ft} \tilde{y}_{ft}^{-1} + \log \tilde{y}_{ft})$$

マルチチャネル音源分離法の  
独立低ランク行列分析 (ILRMA) と  
同型の最適化 (IVA + IS-NMF)

[D. Kitamura+ 2016]



本研究の貢献：複数軸を同時に独立化

周波数軸変換行列  $\mathbf{P}$  の更新： $\mathbf{S}\mathbf{Q}^T$  に対する IVA

時間軸変換行列  $\mathbf{Q}$  の更新： $\mathbf{P}\mathbf{S}$  に対する IVA

基底  $\tilde{w}_k$  と  $\tilde{h}_k$  の更新： $\mathbf{P}\mathbf{S}\mathbf{Q}^T$  に対する IS-NMF

# 音源分離

- 変換先の領域でのウィナーフィルタによる音源分離

- 混合音の生成： $\mathbf{z}_1 + \dots + \mathbf{z}_K \rightarrow \mathbf{s}$

$$(\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})\mathbf{z}_k = \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, [\tilde{\mathbf{w}}_k] \otimes [\tilde{\mathbf{h}}_k]) = \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \mathbf{Y}_k)$$

$$(\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})\mathbf{s} = \mathcal{N}_c\left(\mathbf{0}, \sum_{k=1}^K [\tilde{\mathbf{w}}_k] \otimes [\tilde{\mathbf{h}}_k]\right) = \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \mathbf{Y})$$

- 音源の推定： $\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{z}_1 + \dots + \mathbf{z}_K$

$$(\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})\mathbf{z}_k \mid (\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})\mathbf{s} = \mathcal{N}_c(\mathbf{Y}_k \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{s}, \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_k \mathbf{Y}^{-1} \mathbf{Y}_k)$$

- 変換元の領域へ逆変換 → 逆STFTで時間信号を合成

$$\mathbf{z}_k = (\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})^{-1} (\mathbf{P} \otimes \mathbf{Q})\mathbf{z}_k$$

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{P} \mathbf{Z}_1 \mathbf{Q}^T) \mathbf{Q}^{-T}$$

# 残された課題

- 制約なしの変換行列  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$  の最適化には困難が伴う
  - 実用上の問題
    - 高次元のため数値的に不安定で、非正則になりやすい
    - 逆行列  $\mathbf{P}^{-1}$  で時間周波数領域に戻せなくなる
  - 理論的な問題
    - $F < T$  の場合に  $\mathbf{Q}$  を推定できない
    - 反復射影法 (IVA) ・ 不動点反復法 (FastFCA) とともに問題

方向の更新:  $\mathbf{q}_t = (\mathbf{Q}\mathbf{V}_t)^{-1}\mathbf{e}_t$

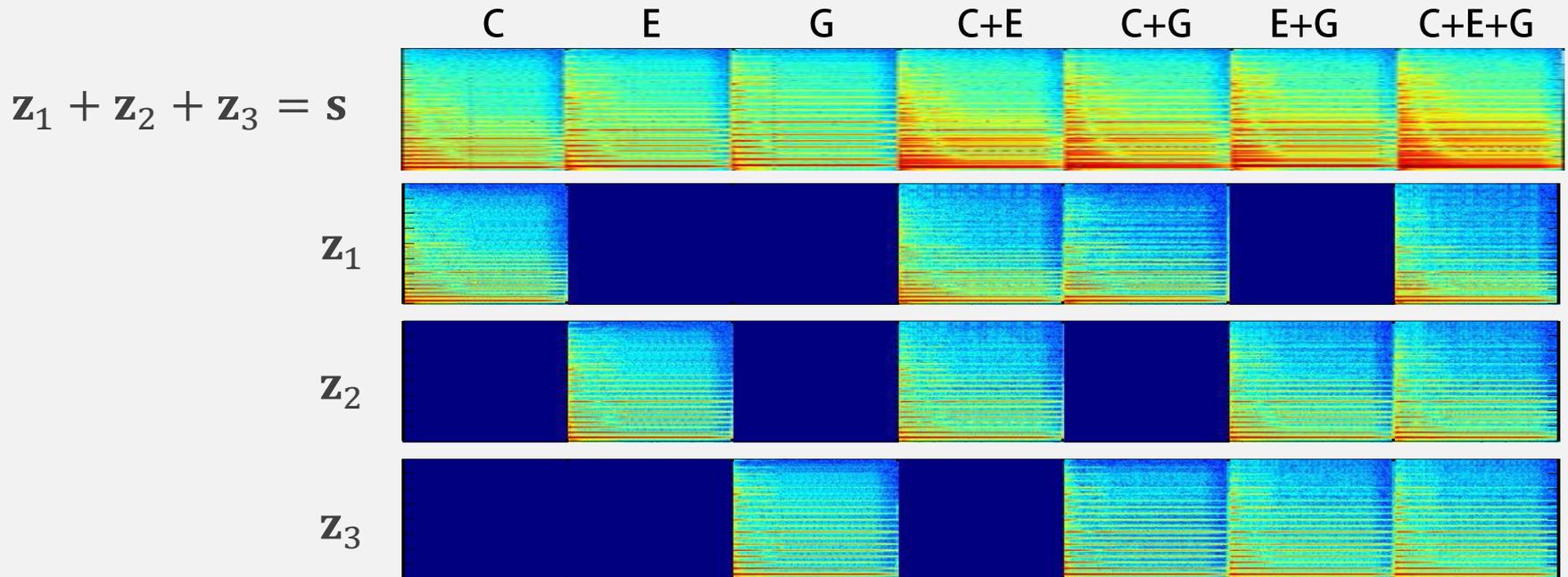
ノルムの更新:  $\mathbf{q}_t = (\mathbf{q}_t^H \mathbf{V}_t \mathbf{q}_t)^{-\frac{1}{2}} \mathbf{q}_t$

ランク欠けのため  
逆行列が計算できない

ただし  $\mathbf{V}_t = \underbrace{(\mathbf{P}\mathbf{S})^H}_{T \times F} \underbrace{[\tilde{\mathbf{y}}_{1:F,t}]_{F \times F}} \underbrace{(\mathbf{P}\mathbf{S})}_{F \times T} \in \mathbb{C}^{T \times T} \rightarrow \text{rank}(\mathbf{V}_t) = F$

# 評価実験

- 基本的な音源分離性能・動作を評価
  - MIDIのピアノ音で合成・基底数は $K=3$  (C4, E4, G4に対応)
  - ILRTA (制約なしで  $P$  を推定・ $Q = I_T$ ), LD-PSDTF-F, IS-NMFを比較
  - BSS Eval Toolbox [Vincent+ 2006] を使用して評価



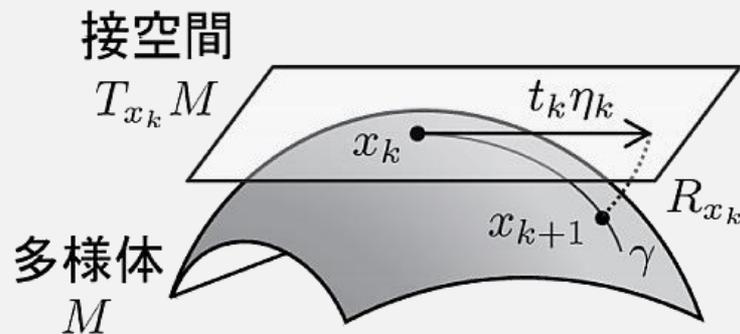
# 実験結果

- IS-NMFおよびLD-PSDTF-Fに比べて性能向上を確認
  - Pの更新は4, 5回程度が限界で数値的に不安定
    - その間は分離性能は向上
    - それ以降は各種行列が非正則になり、適切に分離できず
    - ユニタリ制約が有効？ [Fagot+ 2018] → 要調査

	SDR	SIR	SAR
非負値行列分解 (IS-NMF)	18.9	24.2	20.4
半正定値テンソル分解 (LD-PSDTF-F)	22.8	28.5	24.2
独立低ランク テンソル分析 (ILRTA)	24.3	31.4	25.2

# 解決法

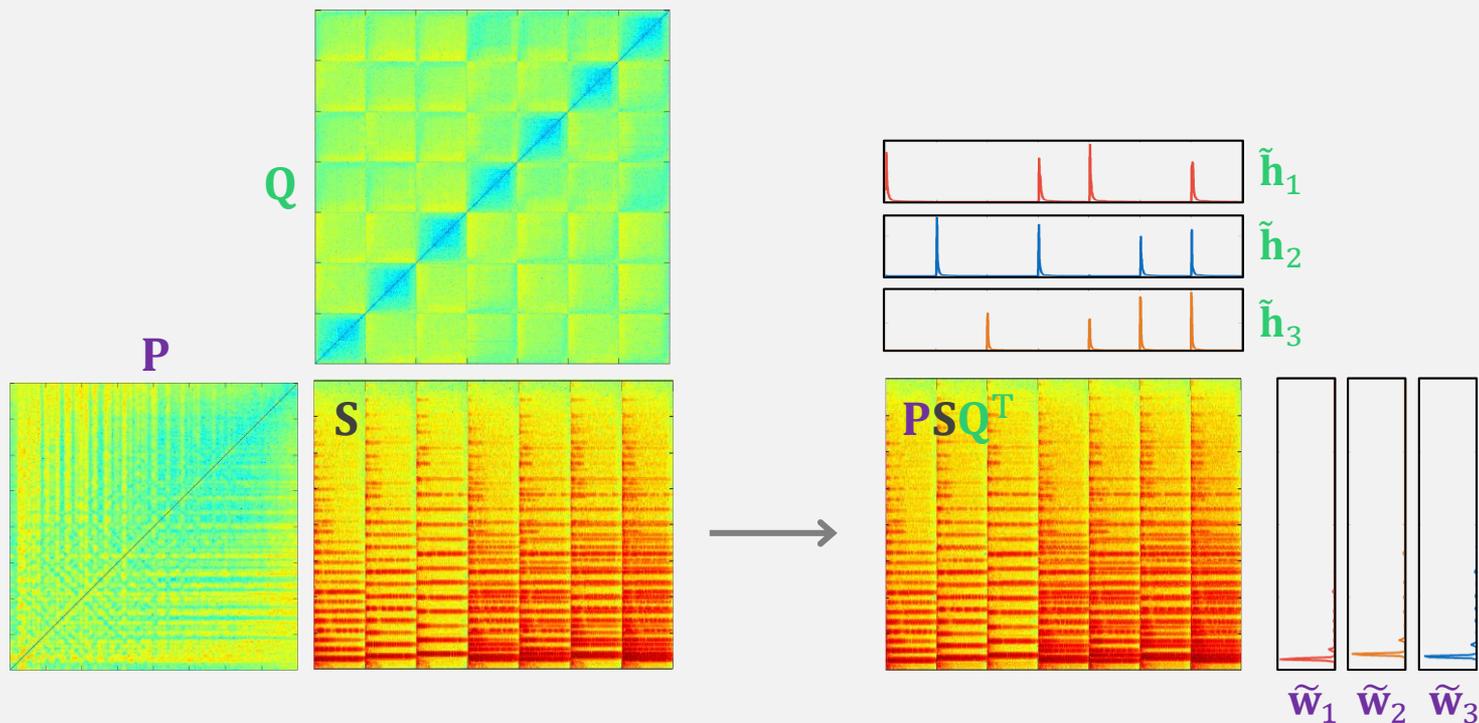
- 変換行列  $P, Q$  をユニタリ行列に制約
  - 逆変換が容易  $\rightarrow$  計算量の大幅削減にも寄与
    - $PP^H = I_F$  ( $P^{-1} = P^H$ )  $QQ^H = I_T$  ( $Q^{-1} = Q^H$ )
  - 洗練された最適化技法が利用可能
    - ユークリッド空間での制約つき最適化
      - ラグランジュの未定乗数法
    - リーマン空間での制約なし最適化
      - シュテューフェル多様体上の共役勾配法



接空間上でパラメータを更新し、**レトラクション**と呼ばれる写像を用いて多様体上に引き戻す

# ユニタリ制約つきILRTA

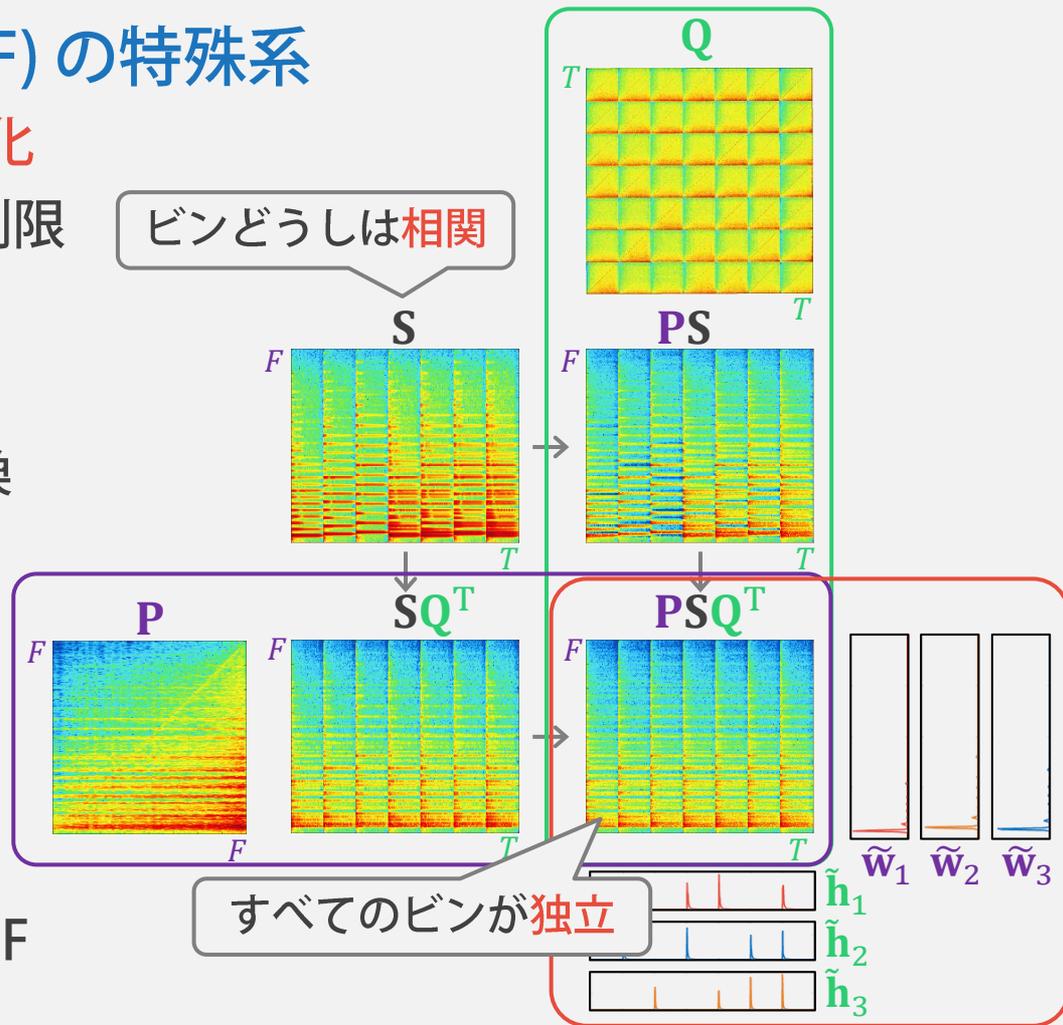
- アルゴリズム面では想定通り動作・性能向上は微小
  - 収束保証あり・数値的に安定・高速 (逆行列計算不要)
  - DCT領域のIS-NMFで初期化&パラメータ推定



# まとめ：独立低ランクテンソル分析 (ILRTA)

## • 相関テンソル分解 (CTF) の特殊系

- 共分散行列の同時対角化
  - モデルの自由度を制限
  - 正則化の効果
- マルチウェイ領域変換
  - 周波数軸を線形変換
  - 時間軸を線形変換
  - 変換後の領域では全ビンが独立
- 高速実行
  - 変換元領域のCTF = 変換先領域のNMF



# 今後の展開

- 共分散構造低ランク分解の統一理論の検証・応用
  - 周波数軸・時間軸・チャンネル軸の共分散モデリング
    - 対角行列に限定：もとの領域で独立性が成立
    - 同時対角化：線形変換後の領域で独立性が成立

